



เล่มที่ 1 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค22101)

สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



นางมนต์ทิพย์ แก้วเจริญ

ตำแหน่ง ครู

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสวอนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9

การแปลงทางเรขาคณิต

การแปลงเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง หรือทิศทางของวัตถุ

ตัวอย่างของการแปลงที่เราเคยพบเห็น เช่น

การเลื่อนของลิฟต์



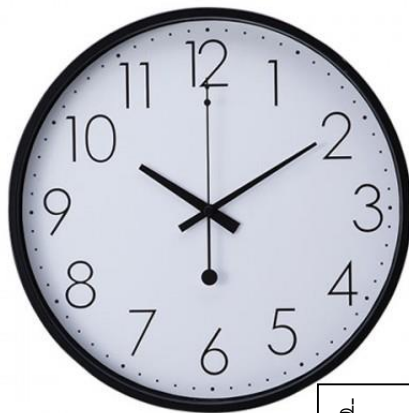
ที่มา : <http://ltn2000-elevator.com/>
สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

เงาสะท้อนของต้นไม้ในน้ำ



ที่มา : <https://www.youtube.com/watch?v=Q2UcCHT4jSE>/สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

การหมุนของเข็มนาฬิกาของนาฬิกา

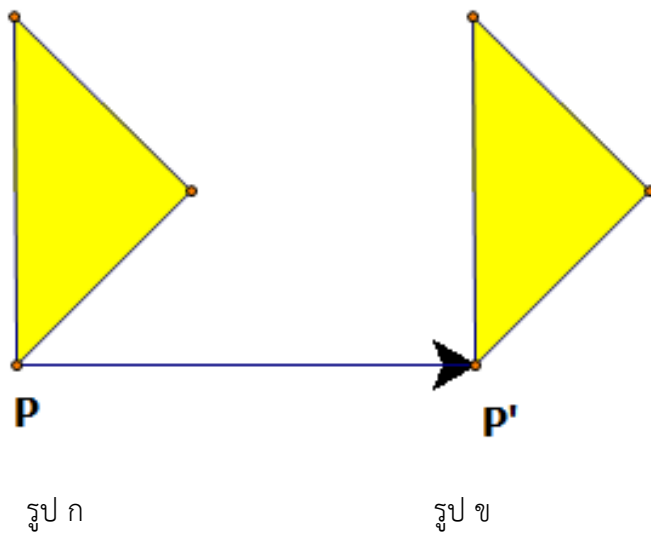


ที่มา : <https://http://www.baanchainan.com/>
สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

สิ่งสำคัญของการแปลง คือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด

ในทางเรขาคณิตก็มีการแปลงที่กล่าวถึงความเกี่ยวข้องกันระหว่างรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและรูปเรขาคณิตหลังการแปลง เราเรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงว่า **รูปต้นแบบ (pre - image)** เรียกรูปเรขาคณิตหลังการแปลงรูปต้นแบบว่า **ภาพที่ได้จากการแปลง (image)** และเรียกชื่อการแปลงว่า **การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation)** แต่ในบางครั้งจะเรียกสั้น ๆ ว่า การแปลง

กำหนดรูป ก เป็นรูปต้นแบบ และรูป ข เป็นภาพที่ได้จากการแปลงรูป ก

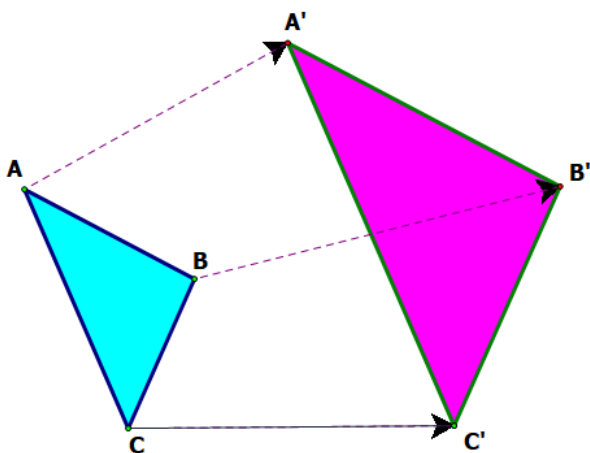


จากรูป ถ้าจุด P เป็นจุดหนึ่งบนรูป ก จุด P' (อ่านว่า พีไพร์ม) เป็นภาพที่ได้จากการแปลงจุด P เรากล่าวว่าจุด P และจุด P' เป็นจุดที่สมนัยกัน

เมื่อกำหนดการแปลงให้ แต่ละจุด P บนรูป ก จะมีจุด P' บนรูป ข เพียงจุดเดียวที่สมนัยกันกับจุด P และแต่ละจุด P' บนรูป ข จะมีจุด P บนรูป ก เพียงจุดเดียวที่สมนัยกันกับจุด P'

ต่อไปนี้อีกถ้าไม่กล่าวเป็นอย่างอื่นให้ถือว่าตัวอักษรที่มีสัญลักษณ์ ' (อ่านว่า ไพร์ม) ปรากฏอยู่ จะแทนจุดที่ได้จากการแปลงเช่น จุด A' เป็นจุดที่ได้จากการแปลงจุด A

กำหนดให้ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการแปลง ΔABC



โดยมี จุด A และจุด A' เป็นจุดที่สมนัยกัน

จุด B และจุด B' เป็นจุดที่สมนัยกัน

และจุด C และจุด C' เป็นจุดที่สมนัยกัน

เรากล่าวว่า

$\overline{AB}$ กับ $\overline{A'B'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

$\overline{BC}$ กับ $\overline{B'C'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

$\overline{CA}$ กับ $\overline{C'A'}$ เป็นด้านที่สมนัยกัน

และ

$\hat{A}BC$ กับ $\hat{A'B'C'}$ เป็นมุมที่สมนัยกัน

$\hat{BCA}$ กับ $\hat{B'C'A'}$ เป็นมุมที่สมนัยกัน

$\hat{CAB}$ กับ $\hat{C'A'B'}$ เป็นมุมที่สมนัยกัน

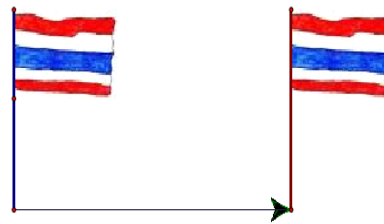
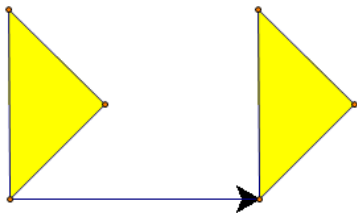
ให้สังเกตว่ามุมคู่ที่สมนัยกัน จะมีด้านคู่ที่สมนัยกันเป็นแขนของมุม เช่น $\hat{A}BC$ กับ $\hat{A'B'C'}$ สมนัยกัน

โดยมี $\overline{AB}$ กับ $\overline{A'B'}$ สมนัยกัน และ $\overline{BC}$ กับ $\overline{B'C'}$ สมนัยกัน

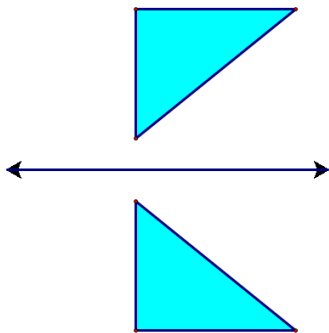
การแปลงทางเรขาคณิต ที่เป็นพื้นฐานมีทั้งหมด 4 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน (translation)
การสะท้อน (reflection) การหมุน (rotation) และการย่อ/ขยาย (dilation)

แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน (translation)
การสะท้อน (reflection) การหมุน (rotation) การแปลงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบนี้จะให้ภาพที่มีรูปร่าง
เหมือนกันและขนาดเดียวกันกับรูปต้นแบบเสมอ

ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการเลื่อนขนาน

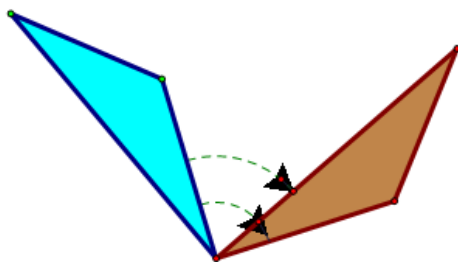


ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการสะท้อน



ที่มา : <https://www.travelprothai.com/> [สืบค้นเมื่อ](#) 5 ส.ค.

ตัวอย่าง การแปลงที่เป็นการหมุน



ที่มา : <http://www.monmai.com/> [สืบค้นเมื่อ](#) 5 ส.ค.62

แบบฝึกหัดที่ 1 การแปลงในชีวิตประจำวัน

ให้นักเรียนจำแนกการเคลื่อนที่หรือการทำงานที่พบในชีวิตประจำวัน แล้วสรุปว่าเป็นการแปลง

ทางเรขาคณิตแบบใด

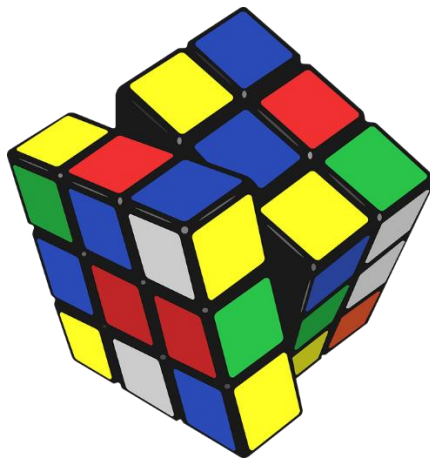
1.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....

ที่มา <http://www.bltbangkok.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

2.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....

ที่มา <https://pixabay.com/th/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

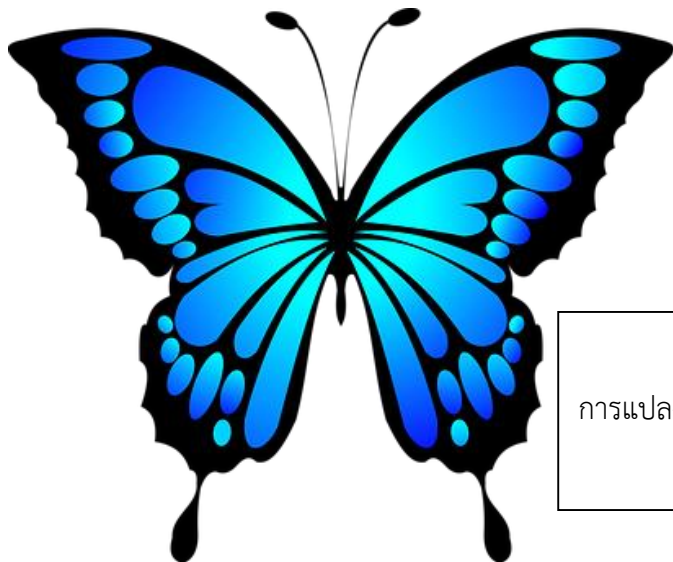
3.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....

ที่มา <https://www.kitcha.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

4.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....

ที่มา <https://pixabay.com/th/vectors/search/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

5.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....

ที่มา <http://www.xn--12cr4aayc7c8a2b3eycvfc0hsa.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 การแปลงในชีวิตประจำวัน

ให้นักเรียนจำแนกการเคลื่อนที่หรือการทำงานที่พบในชีวิตประจำวัน แล้วสรุปว่าเป็นการแปลงทางเรขาคณิตแบบใด

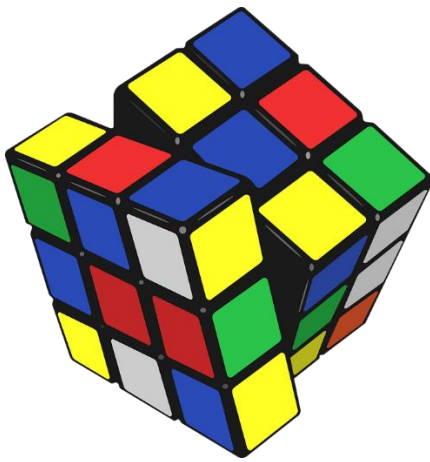
1.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ...การเลื่อนขนาน.....

ที่มา <http://www.bltbangkok.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

2.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....การหมุน.....

ที่มา <https://pixabay.com/th/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

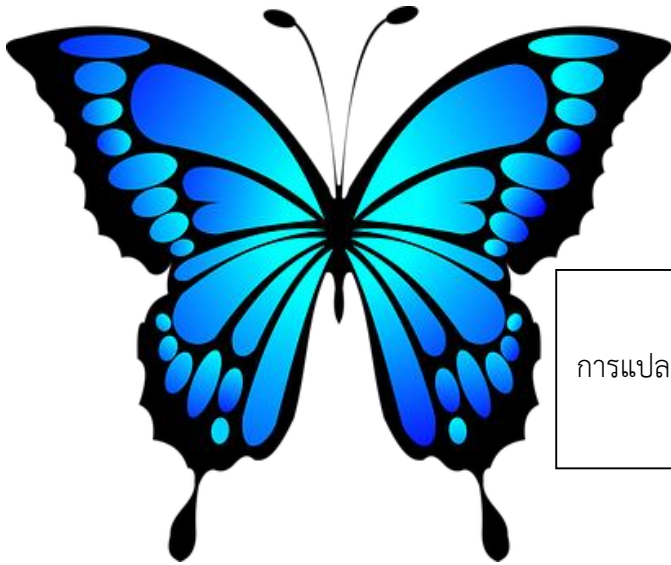
3.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ...การเลื่อนขนาน.....

ที่มา <https://www.kitcha.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

4.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ...การสะท้อน.....

ที่มา <https://pixabay.com/th/vectors/search/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.62

5.



การแปลงทางเรขาคณิตแบบ.....การหมุน.....

ที่มา <http://www.xn--12cr4aayc7c8a2b3eycvfc0hsa.com/> สืบค้นเมื่อ 5 ส.ค.

แบบฝึกหัดที่ 2 การแปลงในชีวิตประจำวัน

ให้นักเรียนจำแนกการเคลื่อนที่หรือการทำงานที่พบในชีวิตประจำวัน แล้วสรุปว่าเป็นการแปลงทางเรขาคณิตแบบใด

ลิฟต์

ใบพัดลม

ปีกผีเสื้อ

เปิดผาขวดแบบเกลียว

สั้มหล่นจากต้น

ม้าหมุน

ลูกข่าง

กระดานลื่น

การแทงบิลเลียด

ตีปิงปอง

การเล่นสกี

เงาของตึกที่อยู่บนผิวน้ำ

การเลื่อนขนาน ได้แก่

การสะท้อน ได้แก่

การหมุน ได้แก่

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 การแปลงในชีวิตประจำวัน

ให้นักเรียนจำแนกการเคลื่อนที่หรือการทำงานที่พบในชีวิตประจำวัน แล้วสรุปว่าเป็นการแปลงทางเรขาคณิตแบบใด

ลิฟต์	ใบพัดลม	ปีกผีเสื้อ	เปิดผาขวดแบบเกลียว
สั้มหล่นจากต้น	ม้าหมุน	ลูกข่าง	เงาของตึกที่อยู่บนผิวน้ำ
การแทงบิลเลียด	การเล่นสกี	กระดานลื่น	ตีปิงปองกระทบบนพื้นโต๊ะ

การเลื่อนขนาน ได้แก่ ลิฟต์, สั้มหล่นจากต้น, กระดานลื่น, การแทงบิลเลียด, การเล่นสกี

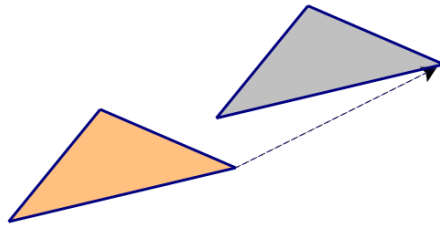
การสะท้อน ได้แก่ ปีกผีเสื้อ, ตีปิงปองกระทบบนพื้นโต๊ะ, เงาของตึกที่อยู่บนผิวน้ำ

การหมุน ได้แก่ ใบพัดลม, เปิดผาขวดแบบเกลียว, ม้าหมุน, ลูกข่าง

แบบฝึกหัดที่ 3 การแปลงทางเรขาคณิต

ให้นักเรียนเติมตัวอักษรหน้าข้อที่แสดงการแปลงทางเรขาคณิตต่อไปนี้

..... 1.

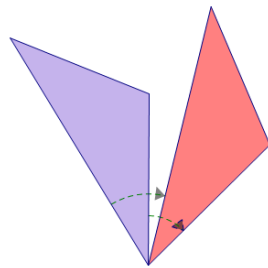


ก. การหมุน

..... 2.

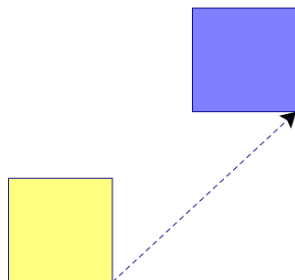
ข. การเลื่อนขนาน

..... 3.



ค. การสะท้อน

..... 4.



ง. การย่อ

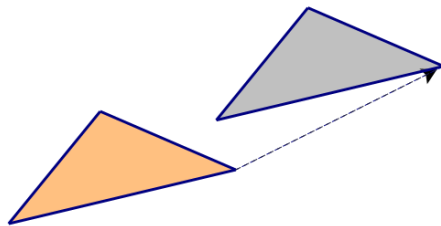
..... 5.

จ. การขยาย

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 การแปลงทางเรขาคณิต

ให้นักเรียนเติมตัวอักษรหน้าข้อที่แสดงการแปลงทางเรขาคณิตต่อไปนี้

.....ข..... 1.

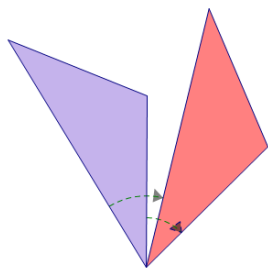


ก. การหมุน

.....ค..... 2.

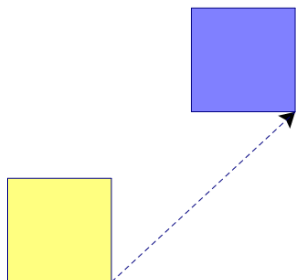
ข. การเลื่อนขนาน

.....ก..... 3.



ค. การสะท้อน

.....ข..... 4.



ง. การย่อ

.....ค..... 5.

จ. การขยาย